|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. Поняття стохастичного експерименту. Простір елементарних подій. Алгебра подій. | 1. Ймовірність випадкової події та її властивості. Статистичне означення ймовірності | 1. Класична та геометрична схема ймовірностей. |
| ***Стохастичним експериментом* (*випробуванням*, *дослідом*)** називається будь-який експеримент який можна неодноразово повторювати за деяких незмінних умов і результат якого передбачити заздалегідь не можна  Теоретико-множинний підхід в теорії ймовірностей полягає в тому, що кожному стохастичному експерименту ставиться у відповідність ***простір елементарних подій* Ω*,*** елементами якого є ***елементарні події ω.***  Непорожня система підмножин *F* множиниΩ називається ***алгеброю подій***, якщо вона замкнена відносно операцій об’єднання та доповнення. Це означає:  *А*1.  *А*2. ∀ *А*∈*F*,∀ *В*∈*F*  *АВ*∈*F*;  *А*3. ∀ *А*∈*F*  ∈*F*.  Якщо система підмножин *F* має нескінченну кількість подій, то замкненість операції об’єднання узагальнюється так: для будь-яких подій *А*1, *А*2, ..., *Аn*,... ∈ *F*  *i*∈ *F*. У такому разі система підмножин *F* називається **σ-*алгеброю подій***. | Розглянемо такі стохастичні експерименти, які можна задавати скінченим простором елементарних подій . Нехай Ω={*ω*1, *ω*2, ..., *ωn*}. Алгебра  – це множина всіх підмножин простору . Поставимо у відповідність кожному  деяке число *pk*  так, щоб  і назвемо його ймовірністю елементарної події . Нехай *А* – випадкова подія стохастичного експерименту, тобто . Це означає, що , . Подія *А* відбулася, якщо відбулася принаймні одна з елементарних подій *ω*∈*А*. За ймовірність появи події *А* доречно взяти величину . Означена таким способом імовірність появи події *А* має такі властивості:  1) ∀ *А*∈*F*: 0 *P*(*А*) ≤ 1;  2) *P*() = 1;  3) *P*() = 1 – *P*(*А*);  4) *P*(∅) = 0;  5) *P*(*АВ*) = *P*(*А*)+*P*(*В*) – *P*(*АВ*)  (теорема додавання ймовірностей);  6) зокрема для несумісних подій *P*(*АВ*) = *P*(*А*)+*P*(*В*);  7) якщо *А* ⊂ *В*, то *P*(*А*) ≤ *P*(*В*),  8) якщо  – повна група подій стохастичного експерименту, то .  ***Статистичною ймовірністю*** випадкової події *А* називається число , що дорівнює відносній частоті появи цієї події при проведені серії з *n* експериментів, тобто  . | Імовірність випадкової події, яка обчислюється за формулою , називається ***класичною ймовірністю****.*  Класичне означення ймовірності застосовується лише тоді, коли стохастичний експеримент можна описати простором скінченої кількості рівноможливих елементарних подій.  Імовірності, які обчислюються за формулою *P*(*А*) =, називаються ***геометричними ймовірностями****.* |

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Умовні ймовірності. Незалежні події. Попарна незалежність та незалежність в сукупності | 1. Теореми суми та добутку подій. |
| Припускаючи , ймовірність умовної події  обчислюється за формулою:  . Нехай  – імовірнісний простір стохастичного експерименту;  – довільні випадкові події з *F*, причому . ***Умовною ймовірністю*** події  при умові, що випадкова подія  відбулася, називається ймовірність, яка обчислюється за формулою  Випадкові події  та  називаються ***незалежними***, якщо виконується одна з рівностей  або  Випадкові події *А*1, *А*2, ... , *Аn* називаються ***незалежними у сукупності***, якщо для будь-якого , і для будь-якого набору індексів  таких, що  виконується рівність  . Зокрема, якщо випадкові події *А*1, *А*2, ... , *Аn* – незалежні у сукупності, то будь-які дві події  і ,  будуть незалежними, тобто має місце ***попарна незалежність*** двох подій. Проте з попарної незалежності ще не випливає, взагалі кажучи, незалежність у сукупності. | Якщо випадкові події *А*1, *А*2, ... , *Аn* – незалежні у сукупності, то.  Якщо випадкові події *А*1, *А*2, ... , *Аn* – незалежні у сукупності, то .  *Доведення.* Якщо випадкові події *А*1, *А*2, ... , *Аn* – незалежні у сукупності, то .  Для двох незалежних подій *А* і *В* формула (6.8) набуває вигляд:. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. Повна група подій. Формула повної ймовірності та формула Байеса | 1. Послідовність випробувань в схемі Бернуллі | 1. Поняття випадкової величини. Функція розподілу випадкової величини та її властивості. |
| .  Формула називається ***формулою повної ймовірності.*** Доведемо її. Оскільки гіпотези утворюють повну групу подій, то подію *А* можна записати у вигляді об’єднання *n* попарно несумісних подій:.  За аксіомою *Р*3 та теоремою множення ймовірностей маємоНехай випадкова подія *А* може відбуватися тільки разом із однією з гіпотез , які утворюють повну групу подій деякого стохастичного експерименту. Нехай відомі ***апріорні***, тобто ще до проведення експерименту, ймовірності гіпотез . В результаті проведеного експерименту відбулася подія *А.* Її поява впливає на ймовірності гіпотез. Постає питання: як змінюються ймовірності гіпотез після того, як відбулася подія *А* і, отже, відбулась одна з гіпотез , *i*=1, 2, …, *n*? Обчислення ***апостеріорних***, тобто після дослідних, імовірностей гіпотез  здійснюється за ***формулою Байєса*** | Схема незалежних випробувань з двома результатами в кожному випробуванні називається ***схемою Бернуллі.***  Для зручності появу події *А* в кожному випробуванні назвемо “успіхом”, а появу події  – “невдачею”. Знайдемо ймовірність того, що в *n* незалежних випробуваннях подія *А* з’явилася *m* разів, відповідно подія  – (*n* – *m*) разів. Позначимо цю ймовірність . Її легко отримати з формули (8.1), поклавши , , Формула (8.2) називається ***формулою Бернуллі,*** а ймовірності, які обчислюється за цією формулою називаються ***біноміальними ймовірностями.*** | Нехай  – ймовірнісний простір стохастичного експерименту. Функція , яка визначена на просторі Ω, має значення у множині дійсних чисел *R* і для  – подія , називається ***випадковою величиною.*** Функція дійсної змінної , значення якої при кожному значенні аргументу дорівнює ймовірності події , тобто , називається ***функцією розподілу*** випадкової величини  Наведемо властивості функції розподілу випадкової величини.  1. Функція розподілу  випадкової величини  є монотонно неспадна функція.  2.  3. Функція розподілу  випадкової величини  є неперервною зліва, тобто  4. Область значень функції розподілу є проміжок .  5. Імовірність попадання випадкової величини  в проміжок ) можна обчислити за формулою  В якості проміжку ) розглянемо елементарний проміжок , тоді      . |

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Дискретні випадкові величини. Ряд розподілу та функція розподілу дискретної випадкової величини | 1. Неперервні випадкові величини. Щільність неперервної величини та її властивості. |
| Випадкова величина  називається ***дискретною***, якщо вона набуває скінчену або зчисленну множину значень.  ***Законом розподілу*** будь-якої дискретної випадкової величини  називається співвідношення, яке визначає залежність між значеннями випадкової величини та ймовірностями, з якими ці значення набуваються.  Закон розподілу дискретної випадкової величини  найчастіше задається ***рядом розподілу***   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | () |  |  | . . . |  | . . . | |  |  |  | . . . |  | . . . | | Нехай  – імовірнісний простір, на якому задана випадкова величина . Назвемо її ***неперервною***, якщо функція розподілу  є неперервною, диференційовною майже скрізь, за винятком можливо окремих ізольованих точок.  Тоді, як було показано в лекції 9, для такої величини . Отже, є сенс казати про щільність розподілу ймовірностей в точці *x.* Введемо це поняття.  ***Щільність розподілу ймовірностей*** неперервної випадкової величини  дорівнює границі (якщо вона існує)    1. Зв’язок між щільністю розподілу неперервної випадкової величини  та функцією розподілу такий:  .  2. Щільність розподілу ймовірностей  є невід’ємною функцією.  3. Функція розподілу неперервної випадкової величини  визначається за щільністю розподілу так:.  4. Щільність розподілу ймовірностей  задовольняє ***умові нормування***:    5. Імовірність попадання випадкової величини  в будь-який проміжок  можна обчислити за формулою |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. Математичне сподівання та дисперсія випадкових величин та їх властивості. | 1. Числові характеристики випадкових величин. Мода та медіана, початкові та центральні моменти. | 1. Поняття випадкового вектора. Функція розподілу випадкового вектора та її властивості |
| Якщо  – дискретна випадкова величина, яка має розподіл  , *k* = 1, 2,... ,  то її ***математичним сподіванням*** називається ряд, який визначається за формулою  .  Якщо  – неперервна випадкова величини, яка має щільність розподілу ймовірностей , то її ***математичним сподіванням*** називається величина, яка визначається інтегралом    1. Математичне сподівання сталої величини дорівнює нулю, тобто *MC= C*, де *C* – будь-яка стала.  2. Постійний множник виноситься за знак математичного сподівання, тобто .  3. Математичне сподівання суми випадкових величин дорівнює сумі математичних сподівань доданків, за умовою, що останні існують, зокрема для двох доданків .  4. Для формулювання наступної властивості математичного сподівання введемо поняття незалежних випадкових величин.  ***Дисперсією*** випадкової величини називається математичне сподівання квадрата відхилення цієї величини від її математичного сподівання, тобто  .  Для дискретної випадкової величини .  1. Дисперсія сталої величини завжди дорівнює нулю, тобто *DC* = 0, де *C* – будь-яка стала.  2. Постійний множник виноситься за знак дисперсії в квадраті, тобто .  3. Дисперсія будь-якої випадкової величини дорівнює    4. Якщо  та  – незалежні випадкові величини, то. | ***Початковим моментом порядку s*** випадкової величини  називається математичне сподівання *s* – го степеня цієї величини:  .  ***Центральним моментом порядку s*** випадкової величини  називається величина  .  ***Модою*** дискретної випадкової величини  називається її найбільш імовірне значення, тобто таке значення , ймовірність якого  – найбільша.  ***Модою*** неперервної випадкової величини  називається абсциса точки максимуму щільності розподілу .  Розподіл випадкової величини називається ***унімодальним,*** якщо він має одну моду, та ***полімодальним,*** якщо він має декілька мод.  ***Медіаною*** випадкової величини  (як правило неперервної) називається таке значення , для якого  . | Нехай  – ймовірнісний простір стохастичного експерименту. Назвемо ***n-вимірним випадковим вектором*** або ***системою випадкових величин***  векторну функцію, яка визначена на просторі  та має значення у *n*-вимірному евклідовому просторі . Крім того, подія , для . Випадкові величини  називаються ***координатами*** або ***компонентами випадкового вектора***.  Функцією розподілу випадкового вектора  називається ймовірність одночасної появи двох подій  та , де  та  – будь-які дійсні числа, тобто  .  1. Функція розподілу є монотонно неспадною функцією двох аргументів, область зміни якої є відрізок .2. .  3. Мають місце умови узгодженості:  , .  4. .  5. Функція розподілу системи двох випадкових величин є неперервною зліва по кожному з аргументів, тобто  і .  6. Імовірність попадання випадкової точки  в прямокутник  дорівнює |

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Функції одного аргументу випадкової величини. Розподіл та математичне сподівання функції випадкової величини. | 1. Неперервні випадкові вектори. Щільність НВВ та її властивості. |
|  | Випадковий вектор  визначений на ймовірнісному просторі , називається ***неперервним випадковим*** ***вектором*** або ***системою неперервних випадкових величин***, якщо всі компоненти цього вектора , 1, 2, …, *n* – неперервні випадкові величини. Щільність розподілу ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин  дорівнює границі (якщо вона існує),де  – прямокутник із сторонами  та .1. Якщо функція розподілу  неперервна та має неперервну другу мішану похідну , то. 2. Щільність розподілу ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин  є невід’ємна функція, графіком якої є поверхня, котра називається ***поверхнею розподілу***. Якщо поверхню розподілу перетинати площинами , то лінії перетину називаються ***лініями рівних імовірностей***.3. З формули (15.2) випливає, що функцію розподілу системи двох неперервних величин можна знайти як інтеграл  .4. Має місце умова нормування  .  5. Функції розподілу компонент  та , знаючи щільність розподілу ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин , знаходять за формулами 6. Знаючи щільність розподілу ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин , можна знайти щільності розподілу компонен:  7. Імовірність попадання випадкової точки в замкнену область  на площині *ХОУ* можна знайти за формулою |
| 1. Характеристична функція випадкової величини та її властивості. | 1. Дискретні випадкові вектори. Ряд розподілу та функція розподілу. |
|  | ***Випадковий вектор*** називається ***дискретним***, якщо його компоненти є дискретними випадковими величинами.  Найбільш повним імовірнісним описанням випадкового вектору є закон розподілу. У випадку системи двох дискретних випадкових величин  закон розподілу найчастіше задається таблицею розподілу |
| 1. Числові характеристики випадкових векторів. Початкові та центральні моменти. Коефіцієнт кореляції | 1. Кореляційна матриця, нормована кореляційна матриця та їх властивості. |
| ***Умовним математичним сподіванням*** дискретної випадкової величини  при , де  – одне з можливих значень , називають величину *М*, де  – значення, яких може набувати випадкова величина . Аналогічно розглядають величини .  Умовними математичними сподіваннями неперервних випадкових величин  та  називають величини, які обчислюють за формулами:    ***Коефіцієнтом кореляції*** випадкових величин  та  називається величина  .  1. Коефіцієнт кореляції за абсолютною величиною не перевищує 1, тобто .  Ця властивість є наслідок властивості 6 кореляційного моменту.  2. Якщо випадкові величини незалежні, то їх коефіцієнт кореляції дорівнює 0.  Дійсно, з незалежності випадкових величин випливає, що вони некорельовані, тобто . Із означення 17.6 маємо, що .  3. Некорельованими можна вважати випадкові величини, для яких .  4. Якщо коефіцієнт кореляції випадкових величин дорівнює за абсолютною величиною 1, то між цими випадковим величинами існує лінійні функціональна залежність. | Мішаний центральний момент другого порядку випадкового вектора , що дорівнює  називається ***кореляційним моментом*** (або ***коваріацією***) випадкових величин  та , , , .  Ясно, що коли , то . Таким чином, дисперсії окремих компонент є окремим випадком кореляційних моментів.  Всі кореляційні моменти (17.3) компонент випадкового вектора  записують у вигляді матриці, яку називають ***кореляційною матрицею***  *K* = .  Ця матриця завжди симетрична, оскільки ., по головній діагоналі якої стоять дисперсії окремих компонент.  Аналогічно для *n-*вимірного випадкового вектора складають ***нормовану кореляційну матрицю***. |

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Незалежні випадкові величини. Властивості мат. сподівання та дисперсії для незалежних вип. величин | 1. Гауссові випадкові вектори |
|  | ***Нормальним законом розподілу*** ***на площині*** (***законом Гаусса*** на площині) називають закон розподілу неперервного випадкового вектора , щільність розподілу мовірностей якого задана формулою:  У цій формулі п’ять параметрів: та – будь-які дійсні числа, параметри  та  – додатні числа, параметр  такий, що Для з’ясування ймовірнісного змісту цих параметрів знайдемо щільності розподілу окремих компонент  та  за формулами (15.4):  .  Цей результат означає, що випадкова величина  має нормальний розподіл. Отже, параметр , а параметр Аналогічно можна показати, що .Таким | чином, параметр , а параметр Обчислюючи кореляційний момент , маємо  .  Із цього результату випливає, що параметр  співпадає з коефіцієнтом кореляції системи випадкових величин .Отже, нормально розподілений двовимірний вектор  повністю визначається центром розсіювання  та кореляційною матрицею . |
| 1. Умовні розподіли випадкових векторів |
|  |
| 1. Умовні мат. сподівання випадкових векторів та їх властивості |
|  |
| 1. Характеристична функція випадкового вектору та її властивості |
| Функция http://ua-referat.com/dopb87799.zip переменных  http://ua-referat.com/dopb87875.zip  называется характеристической функцией случайного вектора http://ua-referat.com/dopb87824.zip .  Если случайный вектор http://ua-referat.com/dopb87504.zip является непрерывным, то его характеристическая функция (63.1) определяется через его плотность http://ua-referat.com/dopb87827.zip :  http://ua-referat.com/dopb87876.zip .  Это соотношение является http://ua-referat.com/dopb87799.zip - мерным преобразованием Фурье от функции http://ua-referat.com/dopb87827.zip . Поэтому плотность http://ua-referat.com/dopb87827.zip можно выразить через характеристическую функцию http://ua-referat.com/dopb87877.zip в виде обратного преобразования Фурье по отношению к (63.2):  http://ua-referat.com/dopb87878.zip  63.2 Несложно доказать следующие свойства характеристической функции.  1. http://ua-referat.com/dopb87879.zip .  2. http://ua-referat.com/dopb87880.zip .  3. Для независимых случайных величин http://ua-referat.com/dopb87809.zip их совместная характеристическая функция http://ua-referat.com/dopb87881.zip, Де http://ua-referat.com/dopb87882.zip http://ua-referat.com/dopb87883.zip - характеристическая функция случайной величины http://ua-referat.com/dopb87884.zip .  4. Для любого целого http://ua-referat.com/dopb87885.zip , http://ua-referat.com/dopb87847.zip , справедливо соотношение:  http://ua-referat.com/dopb87886.zip . |

|  |  |
| --- | --- |
| **29. Закон великих чисел. Теореми Чебишева, Бернуллі, Пуассона та Маркова** | **28. Послідовності випадкових величин. Різні види збіжності випадкових величин та співвідношення між ними.** |
| *Закон великих чисел* – це теореми, які встановлюють стійкість середнього арифметичного великого числа випадкових величин. Фізичний зміст цього закону можна сформулювати так: при великій кількості випадкових явищ середній результат практично перестає бути випадковим і може бути передбаченим з великою долею визначеності.  *Теорема Чебишева*. Нехай задана послідовність  незалежних випадкових величин, для яких *М* , *n* = 1, 2,... . Тоді для  .  Отже, теорема Чебишева означає: якщо дисперсії незалежних випадкових величин рівномірно обмежені, то середнє арифметичне цих випадкових величин збігається за ймовірністю до середнього арифметичного їх математичних сподівань.  *Теорема Бернуллі*. Частість події в  незалежних випробуваннях, у кожному з яких вона може відбутися з ймовірністю , при необмеженому збільшенні числа  збігається за ймовірністю до ймовірності  цієї події в кожному випробуванні, тобто  .  *Теорема Пуассона*. Якщо  – кількість появ події  в  незалежних випробуваннях і  – імовірність появи цієї події в -му випробуванні, то яким би не було число  .  Очевидно, що при  маємо теорему Бернуллі.  *Теорема Маркова.* Нехай задана послідовність  випадкових величин, для яких *М* та  .  Тоді для  .  Очевидно, теорема Чебишева є окремим випадком теореми Маркова. Дійсно, якщо випадкові величини  – незалежні, крім того, , *n* = 1, 2,... , тоді  . | Нехай на деякому імовірнісному просторі  задана послідовність випадкових величин , тобто вказане правило, за яким визначається член цієї послідовності в залежності від його номера *n*.  Задамо випадкову величину . Із цією випадковою величиною можна пов’язати різні послідовності випадкових величин, наприклад,  1)  2)  3)  Послідовність випадкових величин  називається збіжною за ймовірністю до випадкової величини , якщо при будь-якому    або, теж саме,  .  Аналогом цієї збіжності в теорії функцій є збіжність за мірою.  Скорочено збіжність за ймовірністю позначають так:  або .  Послідовність випадкових величин  збігається за розподілом до випадкової величини , якщо послідовність функцій розподілу  членів послідовності  збігається до функції розподілу  випадкової величини  в кожній точці *x*, для якої  неперервна.  Послідовність випадкових величин  називається збіжною за ймовірністю 1 до випадкової величини , якщо  майже для всіх точок , за виключенням можливо множини тих точок, імовірність яких дорівнює 0.  Послідовність випадкових величин  називається збіжною в середньому квадратичному до випадкової величини , якщо  .  Послідовність випадкових величин  називається збіжною в середньому до випадкової величини , якщо  .  Можна довести, що збіжність послідовності випадкових величин  до величини  за розподілом та за ймовірністю еквівалентні. Із збіжності в середньому випливає збіжність за ймовірністю. Із збіжності у середньому квадратичному випливає збіжність і за імовірністю, і в середньому. |

|  |
| --- |
| **30. Центральні граничні теореми: Класична ЦГТ, теореми Ліндеберга та Ляпунова** |
| *Центральна гранична теорема* – це сукупність фактів, які встановлюють умови, при яких виникає нормальний закон розподілу.  *Теорема Ляпунова.* Нехай задана послідовність  незалежних випадкових величин, для яких *М* , *n* = 1, 2,... . Абсолютний центральний момент третього порядку  і  . (26.1)  Тоді при  рівномірно по  імовірність  .  Умова є достатньою умовою для виконання теореми Ляпунова. Необхідною та достатньою умовою виконання центральної граничної теореми є умова Ліндеберга. Якщо для послідовності  незалежних випадкових величин, для яких *М* , *n* = 1, 2,... виконується  , ,  то має місце теорема Ляпунова.З’ясуємо ймовірнісний зміст умови Ліндеберга. Розглянемо випадкові події , . Тоді.Зауважимо, що нерівність  рівносильна нерівності . Таким чином,  .Із умови Ліндеберга випливає, що ймовірність  прямує до нуля при | . Це означає, що кожен доданок  вносить рівномірно малий вклад у загальну суму . |
| **31. Інтегральна та локальна теореми Муавра-Лапласа.** | **34. Розподіли математичної статистики: Хі-квадрат розподіл, розподіл Стьюдента, розподіл Фішера.** | **35. Предмет та задачі математичної статистики** |
| *Теорема Муавра-Лапласа (інтегральна).* Нехай проводиться *n* незалежних випробувань, у кожному з яких може з’явитися з імовірністю *р* деяка подія *А*. Якщо кількість появ події *А* дорівнює *m*, , то рівномірно для всіх , де .  *Теорема Муавра-Лапласа (локальна).* Нехай проводиться *n* незалежних випробувань, у кожному з яких може з’явитися з імовірністю *р* деяка подія *А*. Імовірність того, що подія *А* відбудеться рівно  разів наближено дорівнює  , де . | Закон розподілу випадкової величини  називається розподілом *“хі з  ступенями вільності”.*  Закон розподілу випадкової величини  називається розподілом *“хі-квадрат з  ступенями вільності”* ( або розподілом *Пірсона*)*.*  Закон розподілу випадкової величини , де величина  має нормальний розподіл , величина  має розподіл “хі з  ступенями вільності” та обидві вони незалежні називається *розподілом Стьюдента* *з  ступенями вільності”* (або *-розподілом*).  Розподілом *Фішера-Снедекора* (або -*розподілом*) називається закон розподілу випадкової величини вигляду  ,  де  та  – випадкові величини, які мають розподіл  відповідно з  та  ступенями вільності.  Щільність розподілу Фішера - Снедекора має вигляд | **Математична статистика** - це сучасна галузь математичної науки, яка займається статистичним описом результатів експериментів і спостережень, а також*побудовою* математичних моделей, що містять поняття *ймовірності.* Теоретичною базою математичної статистики служить*теорія ймовірностей.*  Предметом статистики є розміри і кількісні співвідношення масових суспільних явищ, закономірності їх формування, розвитку та взаємозв'язку.       Найважливіші розділи математичної статистики:   * статистичні ряди розподілу; * оцінка параметрів розподілу; * закони розподілу вибіркових характеристик; * перевірка статистичних гіпотез; * дисперсійний, кореляційно-регресійний, коваріаційний аналіз; * факторний та кластерний аналіз тощо.        До основних завдань математичної статистики можна віднести наступні великі класи задач:  встановлення законів розподілу різних випадкових змінних, одержаних у результаті статистичного спостереження;  перевірка статистичних гіпотез;  оцінка невідомих параметрів різних розподілів. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **37. Незміщеність та конзистентність точкових оцінок параметрів.** | **36. Вибірка та реалізація вибірки генеральної сукупності. Поняття статистики та точкової оцінки параметра**. | **39. Емпіричні характеристики генеральної сукупності. Емпірична функція розподілу та її властивості** |
| Точкова оцінка називається незміщеної, якщо її математичне сподівання збігається з істинним значенням оцінюваного параметра.  Коли маємо вибірку: x1, ..., xn:   * \bar x=\sum_{i=1}^{n}x_i - незміщена (консистентна - зв"язана з середноквадратичним відхиленням) оцінка. * S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n}(x_i- \bar x)- незміщена оцінка дисперсії * \hat S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n}(x_i- \bar x)- незміщена оцінка дисперсії, але є асимптотично незміщеною | Наближене значення шуканого параметра генеральної сукупності, встановлене за даними вибіркової сукупності, називають **вибірковою оцінкою параметра.**Якщо шуканий параметр генеральної сукупності позначити через *0* , азначення вибіркової характеристики - через *0* , то характеристика *0* в даному випадку виступає як оцінка параметра генеральної сукупності *0* .В зв'язку з тим, що значення вибіркових характеристик встановлюються за даними випадкових вибірок, то і самі оцінки є випадковими величинами.Оцінка параметрів є одним із центральних завдань математичної статистики і являє собою сукупність методів, які дозволяють робити науково обґрунтовані висновки щодо параметрів генеральної сукупності за даними випадкової вибірки з неї.Оцінкою генеральної середньої (математичного сподівання) може виступати вибіркова середня, генеральної частки - вибіркова частка, генеральної дисперсії - вибіркова дисперсія тощо.Для того щоб статистичні оцінки давали найкращі та добрі наближення оцінюваних параметрів, вони повинні володіти певними властивостями і задовольняти певним вимогам. Основними властивостями оцінок є властивості незміщеності, спроможності, ефективності і достатності.**Незміщеною** називають статистичну оцінку 9 , математичне сподівання якої дорівнює оцінюваному параметру *9* при будь-якому обсязі вибірки, тобто якщо вона задовольняє рівностіhttp://pidruchniki.com/imag/stat/marm_tst/image176.jpgОцінка називається зміщеною, якщо її математичне сподівання не дорівнює оцінюваному параметру, тобто М( 9 ) ф *9* .Оцінка 9 параметра 9 називається спроможною, якщо вона підпорядковується закону великих чисел, тобто при п -"со наближається за імовірністю до шуканого параметра:  http://pidruchniki.com/imag/stat/marm_tst/image177.jpgСпроможність оцінки означає, що чим більше обсяг вибірки, тим більша імовірність того, що помилка оцінки не перевищить скільки завгодно малого додатного числа є.**Суть точкової оцінки полягає в тому, що за найкращу оцінку шуканого параметра генеральної сукупності в** приймається знайдене за вибіркою його конкретне числове значення **в** , тобто приймається припущення, що ***0=0.*Оскільки сама вибіркова оцінка є випадковою величиною, а статистичні висновки в зв'язку з цим мають імовірнісний характер, то конкретна числова характеристика (точка) обов'язково повинна бути доповнена величиною середньої помилки (и). Розміри помилки оцінки безпосередньо пов'язані з величиною її дисперсії (розсіювання): чим менше дисперсія, тим менше помилка оцінки, тим надійніше статистичні висновки. Тому дисперсію на практиці ототожнюють з помилкою оцінки, а середньоквадратичне відхилення вибіркової оцінки називають середньою помилкою.** | * [розмах](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D0%B7%D0%BC%D0%B0%D1%85_%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D1%8C_%D0%B2%D0%B8%D0%BC%D1%96%D1%80%D1%96%D0%B2) {\displaystyle W\,} * ступінь квантування вимірів {\displaystyle [Q]\,} * обсяг {\displaystyle n\,} вимірів * обсяг {\displaystyle k\,} повної групи показників вимірів * добротність {\displaystyle Q\,} * [ступінь довіри](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D1%83%D0%BF%D1%96%D0%BD%D1%8C_%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%B8_%D0%B4%D0%BE_%D0%B2%D0%B8%D0%BC%D1%96%D1%80%D1%96%D0%B2) {\displaystyle {\hat {P}}(X)} * *Емпіричною функцією розподілу (або функцією розподілу вибірки) називається функція F\*(x), яка визначає для кожного значення х відносну частоту події X < х.* * Математично це означення має вигляд * *F\*(x) = nх*/*n,* * де *пх*— кількість варіант, які менше від х, *n* — об'єм вибірки. Таким чином, щоб знайти, наприклад, *F\*(x3)*, треба кількість варіант, що менше х*3*поділити на об'єм вибірки, тобто * *F\*(x3) = (n1+n2)*/*n,* * http://konspekta.net/studopediaorg/baza13/17172645143.files/image018.png |
| **38. Ефективні оцінки параметрів. Нерівність Рао-Крамера та її наслідок** | **40. Методи отримання статистичних оцінок. Метод моментів та метод максимальної правдоподібності**. |
|  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **41. Основні поняття оцінювання статистичних гіпотез. Методика перевірки статистичних гіпотез** | **42. Критерій згоди Пірсона (параметричний та непараметричний випадок)**. | **45. Інтервальне оцінювання параметрів генеральної сукупності. Наближені добірчі інтервали побудовані за допомогою асимптотично нормальних точкових оцінок параметру** |
|  |  |  |
| **44. Критерій Колмогорова про роподіл випадкової величини..** | **46. Довірчі інтервали для математичного сподівання та дисперсії нормальної випадкової величини**. |
|  |  |  |